



Fonte: freepik.com

UMA BREVE INTRODUÇÃO À CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Uma breve introdução à análise probabilística de estruturas de processos, independente do tempo. Principais conceitos e fundamentos.

A atual formação dos engenheiros no Brasil conduz a uma visão determinística dos problemas de engenharia. Esta visão não leva em conta as incertezas a que esses problemas estão submetidos. As ações ambientais, por exemplo, ventos, ondas, sismos, precipitações, neve etc., são processos intrinsecamente aleatórios que variam ao longo do tempo, conhecidos como processos estocásticos. Outrossim, as resistências dos materiais estruturais também são tipicamente aleatórias. Tais aleatoriedades geram incertezas na resposta do modelo estrutural. Essas incertezas provocam impactos no desempenho dos sistemas de engenharia e, por consequência, sua existência não pode ser ignorada. A figura 1 ilustra de forma conceitual a relação de causa e efeito das incertezas em sistema de engenharia. Quando existem incertezas nos parâmetros de entrada de um sistema, essas se propagam para a resposta. Portanto, não há como garantir, de forma determinística, que a resposta do sistema será

sempre a desejada. Por isso, a análise probabilística aparece como uma ferramenta fundamental para aferir essas incertezas por meio da determinação da probabilidade de falha.

A teoria de confiabilidade estrutural surgiu como uma ferramenta para manipular as incertezas de forma racional. Os documentos normativos de projeto têm sido calibrados com os fundamentos dessa teoria. Nesse contexto, os projetistas consideram implicitamente as incertezas nas variáveis de projeto, através dos coeficientes parciais de segurança. Por outro lado, sob o ponto de vista de pesquisa, atualmente, o que se busca é a utilização da análise de confiabilidade explicitamente nas aplicações dos procedimentos de projeto.

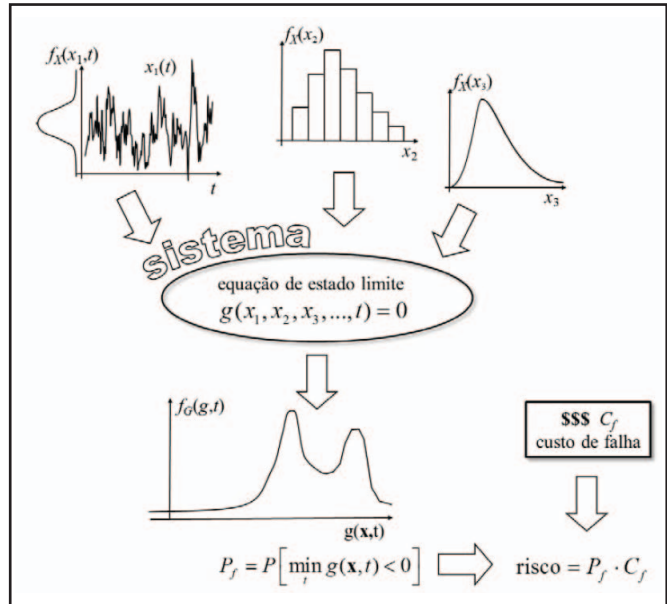


Figura 1 – Resposta de um sistema de engenharia sujeito a incertezas. Fonte: Beck (2019).

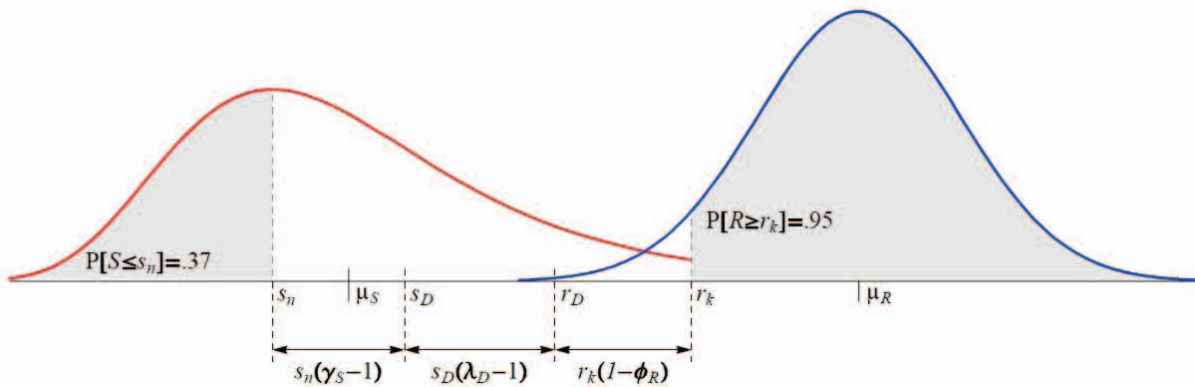


Figura 2 – Configuração típica de projeto estrutural empregando coeficientes parciais de segurança. Fonte: Beck (2019).

PROBLEMA FUNDAMENTAL DE CONFIABILIDADE

A existência de incertezas nas resistências dos materiais, propriedades geométricas e ações colaboram para que exista uma inevitável probabilidade de que a estrutura não desempenhe adequadamente seus requisitos de projeto (BECK, 2019). Essa probabilidade é definida como a probabilidade de falha (P_f), sendo mensurada por meio dos métodos de confiabilidade estrutural. O evento

complementar da P_f é a confiabilidade (C).

Os requisitos de projeto podem ser equacionados na forma de estados limites. A violação de um estado limite representa uma condição indesejável para a estrutura. Cada distinta maneira que possa conduzir a um estado limite é denominada de modo de falha. Os estados limites típicos para estruturas são apresentados na tabela 1.

Tipo de estado limite	Descrição	Exemplos
Último	Colapso total ou parcial da estrutura	Ruptura, colapso progressivo, fadiga etc.
Serviço	Interrupção do uso normal	Deslocamentos excessivos, vibração etc.

Tabela 1 – Estados limites típicos.

Os modos de falha podem ser descritos por meio de equações de estado limite. Para cada modo de falha, uma equação de estado limite $g(X)$ deve ser escrita, sendo X um vetor que engloba todas as variáveis aleatórias do modelo estrutural. A $g(X)$ estabelece a fronteira entre os domínios de falha Ω_f e não falha Ω_s . O Ω_f é formado por todos os pontos do espaço amostral de $X \in \mathfrak{R}^n$ que levam à falha da estrutura, enquanto Ω_s é o conjunto complementar ao Ω_f .

O problema fundamental da teoria de confiabilidade é a mensuração do valor da probabilidade de falha, que é calculada a partir da integração da função conjunta de densidade de probabilidade $f_X(x)$ no Ω_f . Devido à dificuldade da integração multidimensional, a mensuração do valor da P_f não pode ser determinada analiticamente, apenas para alguns casos individuais (MELCHERS & BECK, 2018). Neste sentido, duas abordagens surgiram: os métodos de simulação e os métodos de transformação.

Dentre os métodos de simulação, o amplamente utilizado é o *Monte Carlo Simulation* (MCS) e, dentre os de transformação, o mais empregado é o *First Order Reliability Method* (FORM). Neste estudo será apresentada uma solução analítica exata para calcular a P_f nos casos em que as variáveis aleatórias têm distribuição normal (ou lognormal) e equação de estado limite linear.

Problema fundamental de confiabilidade: equação de estado limite linear e variáveis aleatórias normais

$$M = R - S$$

O problema fundamental de confiabilidade, com equação de estado limite linear, pode ser resolvido por meio da variável margem de segurança (M), onde valores negativos de M correspondem à falha da estrutura, enquanto os positivos indicam segurança. Um valor nulo de M equivale à condição de estado limite. Na equação, R é a resistência e S é a solitação. Se R e S são variáveis aleatórias normais não correlacionadas, os parâmetros de M são mensurados por:

$$\begin{aligned}\mu_M &= \mu_R - \mu_S \\ \sigma_M &= \sqrt{(\sigma_R)^2 + (\sigma_S)^2}\end{aligned}$$

onde μ_M , μ_R e μ_S são as médias das variáveis M , R e S , enquanto σ_M , σ_R e σ_S são os seus respectivos desvios padrões.

$$Y = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M}$$

A variável M pode ser transformada em uma variável normal padrão Y (média nula e desvio padrão unitário), empregando a transformação de Hasofer & Lind, que permite avaliar analiticamente a P_f por meio da função de distribuição cumulativa normal padrão, $\Phi(\cdot)$, conforme ilustrado na figura 3.

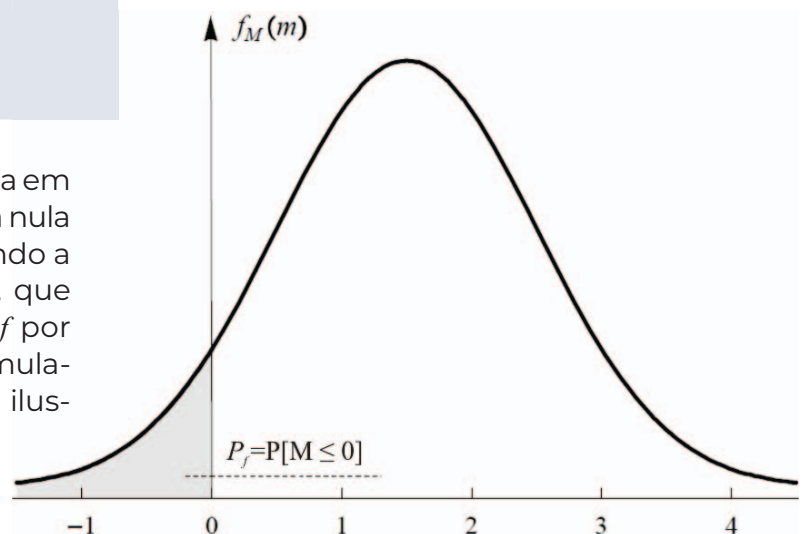


Figura 3 – P_f em função da margem de segurança. Fonte: Beck (2019).

Por consequência, tem-se:

$$P_f = P [M \leq 0] = P \left[Y \leq - \frac{\mu_M}{\sigma_M} \right] = \Phi \left(- \frac{\mu_M}{\sigma_M} \right) = \Phi (-\beta)$$

em que β é o índice de confiabilidade e uma medida geométrica da P_f , uma vez que corresponde à mínima distância entre a equação de estado limite e a origem do espaço normal padrão, em conformidade com a figura 4, sendo dado por:

$$\beta \equiv \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{(\sigma_R)^2 + (\sigma_S)^2}}$$

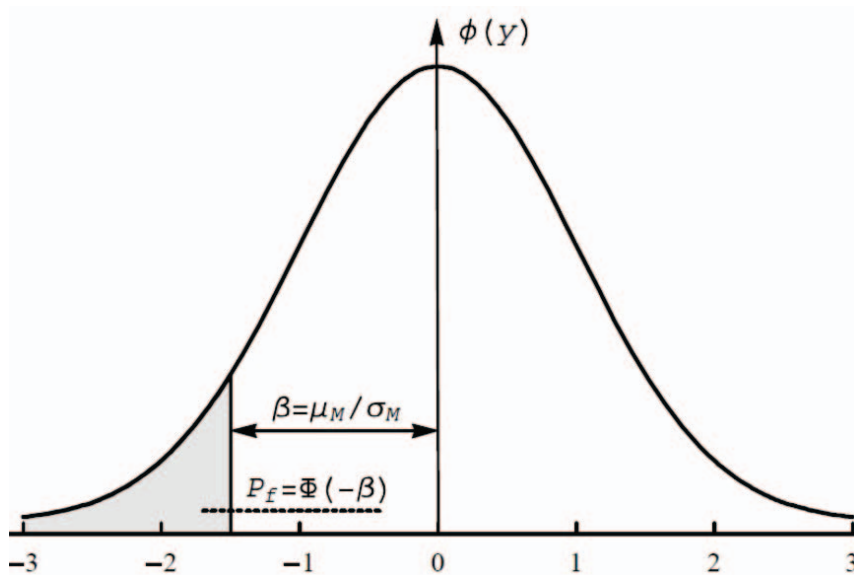


Figura 4 – P_f em termos da variável normal padrão Y . Fonte: Beck (2019).

A JCSS Probabilistic Model Code, norma internacional de análise probabilística do Joint Committee On Structural Safety, prescreve valores alvos para β , conforme apresentado na tabela 2, os quais os projetos de engenharia devem ser dimensionados para atingir, a fim de proporcionar a segurança estrutural.

Medida relativa do custo de segurança	Consequências leves de falha	Consequências moderadas de falha	Consequências graves de falha
Alto	3,10	3,30	3,70
Normal	3,70	4,20	4,40
Pequeno	4,20	4,40	4,70

Tabela 2 – Valores alvos para o β , relacionados a estados limites últimos.



De acordo com a JCSS (2001), as consequências leves de falha são aquelas em que o risco de morte é baixo, como, por exemplo, nas estruturas de silos, agrícolas, etc. Enquanto as consequências moderadas de falhas são aquelas em que o risco de morte é moderado, como em edifícios residenciais e comerciais. Já as consequências graves de falha são aquelas em que o risco de morte é alto, a exemplo de edifícios hospitalares, pontes etc.

Problema fundamental de confiabilidade: equação de estado limite linear e variáveis aleatórias lognormais

No caso de variáveis lognormais e equação de estado limite linear, uma solução analítica pode ser deduzida. Inicialmente, lembrando as propriedades da função logarítmica, escreve-se a equação de estado limite da seguinte forma:

$$Z = \frac{R}{S}$$

Tomando o logaritmo natural em ambos os lados da equação acima, obtém-se:

$$M = \ln(Z) = \ln(R) - \ln(S)$$

Como R e S têm distribuição lognormal, $\ln(R)$ e $\ln(S)$ têm distribuição normal e, por consequência, M também tem distribuição normal. Os parâmetros da distribuição lognormal (λ , ξ) são calculados pelas equações:

$$\xi = \sqrt{\ln \left[1 + \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^2 \right]}$$

$$\lambda = \ln(\mu) - 0,5 \cdot \xi^2$$

onde, μ e σ são, respectivamente, a média e o desvio padrão da variável aleatória.

Consequentemente, a equação para variáveis lognormais fica reescrita pela seguinte equação:

$$\beta \equiv \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\lambda_R - \lambda_S}{\sqrt{(\xi_R)^2 + (\xi_S)^2}}$$

APLICAÇÃO: BARRA METÁLICA SUBMETIDA À TRAÇÃO

Elementos metálicos sujeitos à tração são encontrados em barras de treliças, pendurais, barras de contraventamento, tirantes etc. Como o esforço de tração não gera instabilidade nesses elementos, o modo de falha atuante é o escoamento da seção transversal.

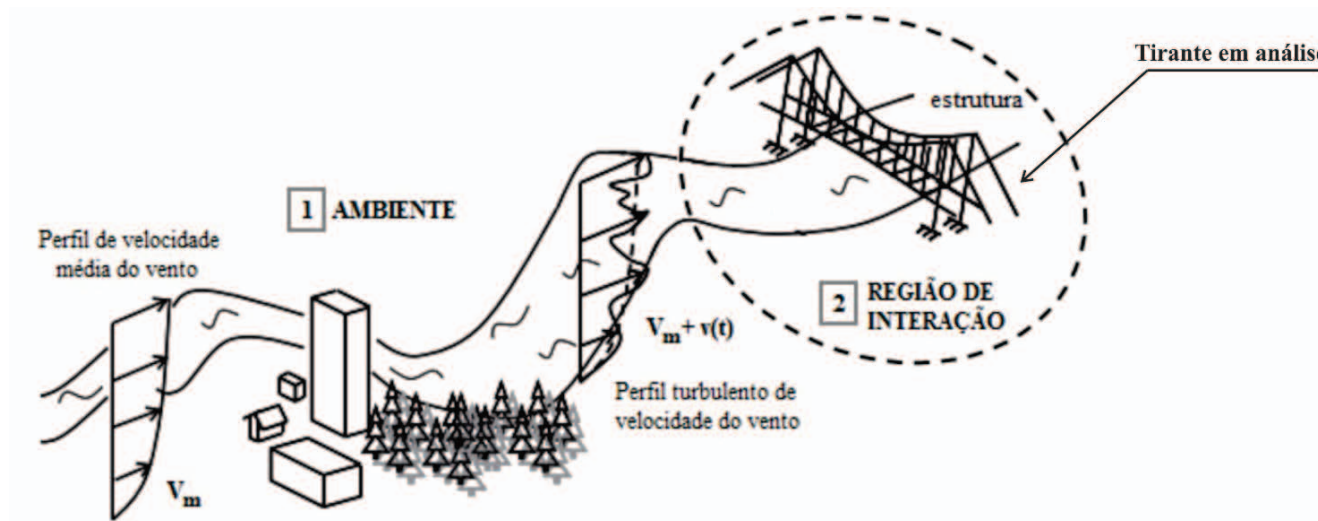


Figura 5 – Fluxo do vento e regiões com forte presença de incertezas. Fonte: Petrini (2009).



Figura 6 – Distribuição de tensão em barra tracionada.

A figura 5 ilustra uma ponte submetida a uma rajada de vento turbulento, a qual gera um esforço normal de tração no tirante em análise. Enquanto a figura 6 apresenta um desenho esquemático da distribuição de tensão no tirante. O tirante é formado por uma cantoneira simples de abas iguais (L 76 x 8mm) de aço ASTM A36 submetido a uma força normal (N) igual a 200 kN. A cantoneira tem área de seção transversal (A) igual a 11,48 cm². Esse esforço gera uma tensão normal ($\tau = N/A$) igual a 17,42 kN/cm². O modo de falha de escoamento da seção transversal é escrito pela seguinte equação de estado limite:

$$g(f_y, \sigma) = f_y - \tau$$

onde f_y é a tensão de escoamento do material e τ é a tensão atuante na seção transversal da barra.

A tabela 3 apresenta as estatísticas das variáveis aleatórias dessa equação e a tabela 4 resume os valores dos parâmetros dessas variáveis.

Variável	μ	cov	PDF	Referência
f_y	f_y	0,07	Lognormal	JCSS (2001)
τ	1,05 τ	0,10	Lognormal	Ellingwood et al. (1980)

Tabela 3 – Estatísticas das variáveis aleatórias.

Notas: (i) μ é a média; (ii) cov é o coeficiente de variação; e (iii) PDF é a função densidade de probabilidade.



Variável	μ (kN/cm ²)	σ (kN/cm ²)	ξ	λ
f_y	25,00	1,750	0,0699	3,2164
τ	18,29	1,829	0,0998	2,9014

Tabela 4 – Parâmetros das variáveis aleatórias lognormais - cantoneira L 76 x 8 mm.

Empregando a equação para variáveis lognormais, o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha resultam em:

$$\beta = \frac{\lambda_R - \lambda_S}{\sqrt{(\xi_R)^2 + (\xi_S)^2}} = \frac{3,2164 - 2,9014}{\sqrt{0,0699^2 + 0,0998^2}} = 2,59$$

$$P_f = \Phi(-\beta) = \Phi(-2,59) = 0,0485 = 0,485\%.$$

Verifica-se que o valor de β não atende os valores alvos apresentados na tabela 2, implicando em uma probabilidade alta de ocorrência de escoamento da seção transversal da cantoneira L 76 x 8 mm. Neste caso, deve-se utilizar uma cantoneira com outras características geométricas, como, por exemplo, uma cantoneira L 76 x 9,5 mm, que resultaria nos parâmetros da tabela 5.

Variável	μ (kN/cm ²)	σ (kN/cm ²)	ξ	λ
f_y	25,00	1,750	0,0699	3,2164
τ	15,43	1,540	0,0998	2,7313

Tabela 5 – Parâmetros das variáveis aleatórias lognormais - cantoneira L 76 x 9,5 mm.

$$\beta = \frac{\lambda_R - \lambda_S}{\sqrt{(\xi_R)^2 + (\xi_S)^2}} = \frac{3,2164 - 2,7313}{\sqrt{0,0699^2 + 0,0998^2}} = 3,98$$

$$P_f = \Phi(-\beta) = \Phi(-3,98) = 0,00003 = 0,00341\%.$$

Nota-se que a segurança está garantida utilizando a cantoneira L 76 x 9,5 mm, uma vez que o β é maior que o valor mínimo prescrito pela norma do JCSS.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Deve ficar claro ao leitor que este exemplo é uma análise simplista, com o objetivo de apresentar a metodologia da confiabilidade estrutural. Para uma análise mais refinada, faz-se necessário incluir o regime de encruamento do material (hardening), isto é, o ganho de resistência do material com o aumento da superfície de plastificação. Neste caso, deve-se escrever a equação de modo de falha de escoamento da seção transversal em função da deformação plástica, implicando em uma equação de estado limite não linear e, por consequência, na utilização dos métodos de transformação ou da Monte Carlo Simulation ou ambos, os quais não foram aqui deduzidos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BECK, A. T. Confiabilidade e segurança das estruturas. Rio de Janeiro: Elsevier Campus, 2019.
2. ELLINGWOOD, B. et al. Development of a Probability Based Load Criteria for American National Standard A58: Building code requirements for minimum design loads in buildings and other structures. Cambridge, MA: National Bureau of Standards, 1980. 228 p.
3. JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY. JCSS Probabilistic model code. Denmark, 2001. 179 p.
4. MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. Structural reliability analysis and prediction. New Jersey: John Wiley & Sons, 2018.
5. PETRINI, F. A probabilistic approach to Performance-Based Wind Engineering (PBWE). Tese (Doutorado de pesquisa) — Università degli Studi di Roma - La Sapienza, Rome, Italy, 2009.

Autor

1T (EN) Túlio Raunyr Cândido Felipe

Engenheiro Civil formado pela Universidade Estadual da Paraíba. Mestre, Doutor e Ph.D na Escola de Engenharia de São Carlos da USP em Engenharia de Estruturas.