

CONTROLE DE ESTABILIZAÇÃO DE VOO DE VEÍCULOS AÉREOS NÃO TRIPULADOS QUADRIRROTORES

Flight stabilization control of quadrotor unmaned aerial vehicles

Fernando Mascagna Bittencourt Lima¹ 

Resumo: O controle de estabilização de voo de veículos aéreos não tripulados (VANT) quadrrrotores abrange diversas áreas do conhecimento da engenharia, tais como mecânica, eletrônica e computação. Este trabalho consiste no desenvolvimento de diferentes controladores para tal estabilização, utilizando-se das técnicas lineares proporcional, integral e derivativa (PID) e regulação quadrática linear (LQR). Esses controladores foram avaliados a fim de estabelecer um comparativo entre os resultados obtidos por cada um e determinar qual deles é o mais eficiente. Para o desenvolvimento dos controladores, foi utilizado um modelo matemático de um VANT real desenvolvido pelo próprio autor.

Palavras-chave: Quadrrrotores. Modelagem. Controle de estabilização. Proporcional, integral e derivativa. Regulação quadrática linear.

Abstract: The flight stabilization control of UAV quadrotors covers several areas of engineering knowledge, such as mechanics, electronics, and computing. This work consists of the development of different drivers for stabilization, using linear PID and LQR techniques. These drivers were made to establish a comparison between the results obtained for each one and determine the most efficient one. For the development of controllers, a mathematical model of a real UAV developed by the author was used

Keywords: Quadrotor. Modeling. Stabilization Control. PID. LQR.

¹. Mestre em Engenharia Elétrica. Ajudante da Divisão de Conectividade da Diretoria de Comunicações e Tecnologia da Informação da Marinha, Rio de Janeiro, RJ - Brasil. E-mail: fernando.bittencourt@marinha.mil.br

1. INTRODUÇÃO

Um veículo aéreo não tripulado (VANT, do inglês *unmanned aerial vehicle* — UAV) é todo e qualquer tipo de aeronave que pode ser controlada e que não necessita de um piloto embarcado para executar tal ação, podendo ser autônoma ou pilotada remotamente. O estudo das tecnologias relacionadas a VANT tem sido fortemente impulsionado nos últimos anos pela forte demanda no mercado, com inúmeras aplicações, tais como nas áreas militar, médica, agrícola, em monitoramentos, mapeamentos, entregas, filmagens, entre outras.

Segundo Santana e Borges (2009), um VANT possui seis graus de liberdade: translações nos eixos x , y e z e rotações nos ângulos de rolagem (*roll*) φ , arfagem (*pitch*) θ e guinada (*yaw*) ψ . Tais graus de liberdade podem ser vistos na Figura 1. Dessa forma, o controle de um VANT é realizado atuando-se nesses seis graus de liberdade de forma independente ou não, dependendo de sua arquitetura, por meio do nível de excitação sobre cada um de seus atuadores.

O controle de um quadricóptero é realizado por meio da diferença dos empuxos gerados por seus rotores. A Figura 2 apresenta os sentidos de rotação e as forças presentes num quadricóptero. Cada rotor produz uma força F para cima e um torque τ contrário ao sentido de rotação de sua hélice. Assim, pode-se concluir, segundo Santana e Borges (2009), que a dinâmica de um quadricóptero é marcada pela subatuação, visto que há seis graus de liberdade e apenas quatro atuadores.

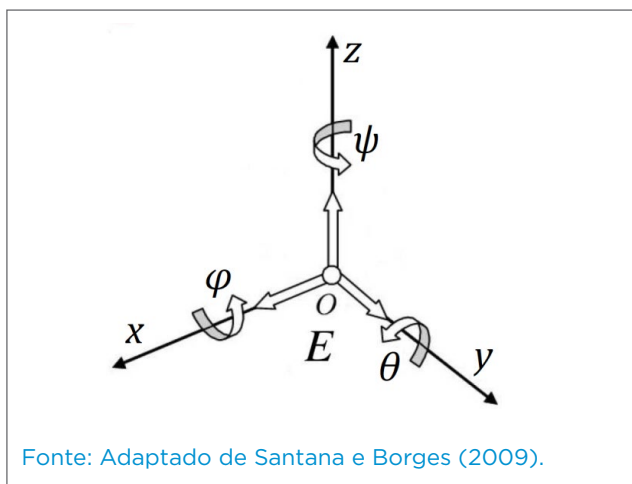


Figura 1. Graus de Liberdade de um veículo aéreo não tripulado.

2. OBJETIVOS

Este trabalho aborda o desenvolvimento de diferentes controladores para a estabilização de voo de um quadricóptero. Duas topologias de controladores lineares foram empregadas (proporcional, integral e derivativa — PID e regulação quadrática linear — LQR) e avaliadas a fim de estabelecer um comparativo entre os resultados obtidos e determinar qual delas é a mais eficiente na estabilização de voo do quadricóptero em questão.

3. MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático do VANT utilizado foi extraído do trabalho de Lima (2020). O quadricóptero utilizado como base pode ser visualizado na Figura 3.

O modelo matemático completo desenvolvido por Lima (2020) pode ser visualizado por meio das Equações 1 a 4, em que \mathcal{P}_e representa a posição inercial do quadricóptero ao longo de \hat{i}^i no referencial inercial, \mathcal{P}_n a posição inercial do quadricóptero ao longo de \hat{j}^i , \mathcal{P}_a a altitude do quadricóptero medida ao longo de \hat{k}^i , u a velocidade do quadricóptero medida ao longo de \hat{i}^b no referencial do corpo, v a velocidade do quadricóptero medida ao longo de \hat{j}^b , w a velocidade do quadricóptero medida ao longo de \hat{k}^b , p a taxa de rolagem medida ao longo de \hat{i}^b , q a taxa de arfagem medida ao longo de \hat{j}^b e r a taxa de guinada medida ao longo de \hat{k}^b .

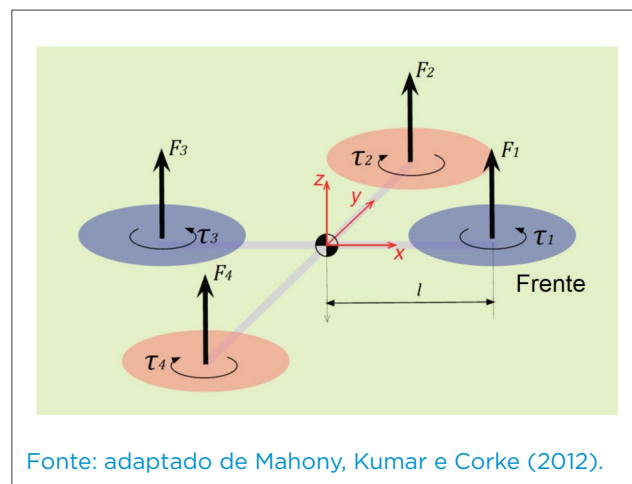


Figura 2. Representação do sentido de rotações e forças de um quadricóptero com movimentação em cruz.

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_e \\ \dot{p}_n \\ \dot{p}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi \\ \cos\theta\sin\psi & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi \\ -\sin\theta & \sin\phi\cos\theta & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rv - qw \\ pw - rv \\ qu - pw \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -g \sin\theta \\ g \cos\theta \sin\phi \\ -g \cos\theta \cos\phi \end{bmatrix} + \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\phi \sec\theta & \cos\phi \sec\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{xy} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{xz} & k_{yz} & k_{zz} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0 & r & -q \\ -r & 0 & p \\ q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \right) \quad (4)$$

Na Equação 4, τ_ϕ representa o torque de rolagem produzido pelas forças dos rotores 2 e 4, τ_θ o torque de arfagem produzido pelas forças dos rotores 1 e 3, e τ_ψ o torque de guinada gerado pela força de reação de rotação das hélices dos quatro rotores.

A matriz J representa a matriz de momentos de inércia do quadricóptero e a matriz k sua inversa. Seu conteúdo foi extraído do modelo 3D do quadricóptero definido em um *software* CAD 3D, em que foram inseridas dimensões e massas de todos os elementos presentes na montagem. O CAD 3D do quadricóptero pode ser visto na Figura 4.

A partir da matriz J e k gerada pelo CAD 3D, foi possível observar que ambas as matrizes se aproximavam de matrizes

diagonais, o que torna possível a simplificação do modelo em um modelo linearizado para o controle dos três ângulos de rotação, conforme exposto na Equação 5.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{xx}} \\ \frac{1}{J_{yy}} \\ \frac{1}{J_{zz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \quad (5)$$

4. CONTROLE

Neste trabalho foram desenvolvidos controladores que fazem uso das topologias PID e LQR. A estabilização da atitude do veículo está relacionada ao controle dos ângulos ϕ e θ . Como o quadricóptero é simétrico, apenas o controle do ângulo ϕ será abordado, podendo ser igualmente aplicado ao ângulo θ .

4.1. PROPORCIONAL, INTEGRAL E DERIVATIVA

Segundo Gao, Du e Ji (2017), um controle baseado em algoritmos PID é um tipo de controle que não necessita de um modelo matemático extremamente preciso. Isso faz com que algumas aproximações do modelo real sejam aceitáveis.

A estrutura padrão de um controlador PID é composta de três termos, cuja função de transferência é dada pela Equação 6:

$$C(s) = (k_p + \frac{k_i}{s} + sk_d) \quad (6)$$

Em que:

k_p = o ganho proporcional do controlador.

k_i = o ganho integral do controlador.

k_d = o ganho derivativo do controlador.

O termo k_p fornece uma ação proporcional ao sinal de entrada do controlador, o termo k_i elimina erros em regime permanente e o termo k_d reduz as oscilações transitórias.

O controlador PID aqui projetado fez uso do modelo simplificado para o controle do ângulo ϕ apresentado na Equação 5, que pode ser representado em Laplace pela Equação 7:

$$\phi(s) = \frac{1}{s^2} \tau_\phi(s) \quad (7)$$

Segundo Lima (2020), a equação que representa o torque de rolagem em função dos comandos aplicados aos rotores pode ser dada pela Equação 8:



Figura 3. Quadricóptero utilizado para a definição do modelo matemático.

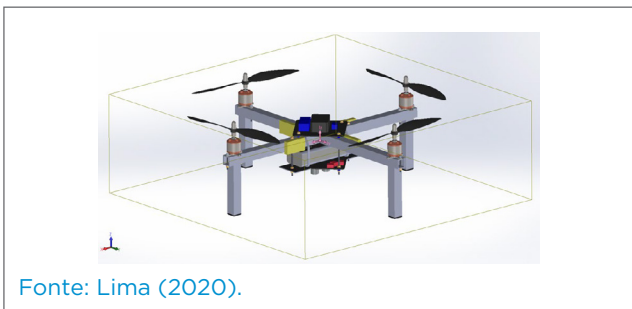


Figura 4. CAD 3D do quadricóptero utilizado.

$$\tau_\varphi = l(K_F\delta_2 - K_F\delta_4) = 2lK_F\Delta\delta_\varphi \quad (8)$$

Em que:

- l = o comprimento do braço do quadrirrotor;
- k_F = o fator de empuxo produzido pelo conjunto rotor hélice (que é dependente da tensão da bateria);
- δ_i = o comando aplicado ao rotor i ;
- $\Delta\delta_\varphi = \frac{\delta_2 - \delta_4}{2}$ = a variação do comando que será calculada pelo controlador e será somada ao motor 2 e subtraída do motor 4.

Dessa forma, a Equação 7 pode ser reescrita como a Equação 9:

$$\varphi(s) = \frac{b_x}{s^2} \Delta\delta_\varphi(s) \quad (9)$$

Em que:

$$b_x = \frac{2l}{J_{xx}} k_F$$

Para o ajuste dos ganhos do controlador, um bloco de otimização de parâmetros do *Simulink* (*Signal Constraint*) foi ligado à saída do sistema, conforme mostrado na Figura 5. Os requisitos impostos ao bloco otimizador foram: tempo de subida (critério 90%) igual a 0,7 s, tempo para acomodação a 1% da referência igual a 1,2 s e sobressinal máximo de 8%. Esses valores foram

escolhidos a fim de resultar no menor tempo para a acomodação do sinal até o atingir a referência. Inicialmente foi definido $U = 12,6V$, em que U é a tensão da bateria.

O bloco saturador mostrado na Figura 5 foi introduzido no sistema para que a saída do controlador não ultrapassasse os limites do sistema real. Para a realização da otimização, o sinal de referência de φ foi configurado como um degrau de amplitude 10 graus.

4.2. REGULADOR LINEAR QUADRÁTICO

Um sistema linear invariante no tempo pode ser descrito na forma de variáveis de estado, segundo Okyere et al. (2019), por: $\dot{x} = Ax + Bu$ e $y = Cx + Du$, em que $x \in R^n$ e $u \in R^m$, n representa o número de estados e m o número de entradas.

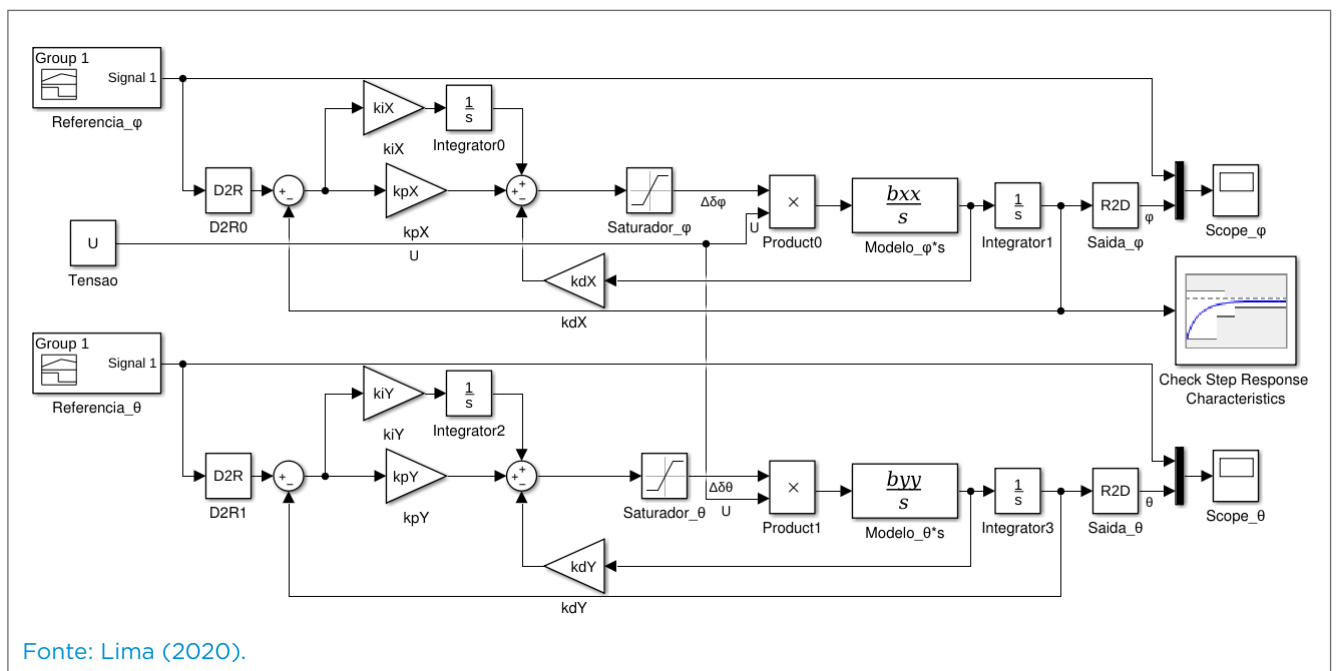
Presumindo-se que todos os estados sejam observáveis, é possível encontrar um controle de realimentação de estados tal que $u = -Kx$.

Dessa forma, o sistema de malha fechada que utiliza este controle é dado pela Equação 10:

$$\dot{x} = (A - BK)x = A_c x \quad (10)$$

Em que:

A_c = a matriz da planta em malha fechada.



Fonte: Lima (2020).

Figura 5. Controlador proporcional, integral e derivativa (PID) utilizado para o ajuste dos ganhos.

O problema do LQR consiste em encontrar uma lei de controle $u(t)$ que minimize o índice de desempenho quadrático dado por $J = f(x, u)$ tal que (Equação 11)

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (11)$$

Em que:

Q e R = as matrizes de ponderação.

Substituindo a Equação 10 pela Equação 11, encontra-se a Equação 12

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T (Q + K^T R K) x) dt \quad (12)$$

Para otimizar o sistema, é necessário encontrar K que minimize o índice de desempenho J .

Existem vários métodos numéricos na literatura para encontrar K . No caso deste projeto, a função presente na ferramenta MATLAB, $lqr(A, B, Q, R)$, foi utilizada. Para isso, devem-se determinar os valores das matrizes A, B, Q, R para serem utilizadas na função para que K seja retornado e inserido na malha de controle.

Assim como foi utilizado no projeto do controlador PID, o sistema a ser controlado pelo controlador LQR também é o sistema definido pela Equação 9, em que a entrada do sistema é o torque gerado pelos rotores 2 e 4 e a saída é o ângulo gerado por esse torque.

Reescrevendo a Equação 9 na forma de espaço de estados, tem-se a Equação 13:

$$f(x, u) = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_x \end{bmatrix} \Delta \delta_{\phi} \quad (13)$$

Dessa forma, as matrizes A, B são definidas por $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_x \end{bmatrix}$.

Para analisar a controlabilidade do sistema, é necessário encontrar o posto da matriz M_c , dado por: $M_c = [A \ B] = \begin{bmatrix} 0 & b_x \\ b_x & 0 \end{bmatrix}$

Como o posto da matriz M_c é igual a 2, o mesmo valor de n , o sistema é controlável.

Devem-se agora selecionar as matrizes Q e R positivas definidas para ser possível determinar K . Uma das maneiras é com o uso da regra de Bryson, descrito por Oral, Çetin e Uyar (2010) (Equações 14 e 15). Ou seja:

$$Q_{ii} = \frac{1}{x_{i,max}^2}, i \in \{1, \dots, n\} \quad (14)$$

$$R_{jj} = \frac{1}{u_{j,max}^2}, j \in \{1, \dots, m\} \quad (15)$$

Em que:

Q e R = matrizes diagonais.

Para o caso do quadricóptero, foi definido que o erro máximo de ângulo permitido é de $\frac{\pi}{6}$ rad (30°) e que a velocidade angular máxima é de $\frac{\pi}{2}$ rad/s (90°/s). Dessa forma, $x_{11,max} = \frac{\pi}{6} - (-\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{3}$ rad e $x_{22,max} = \frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2}) = \pi$ rad/s.

Já para a determinação do valor de R , é necessário saber a variação máxima na entrada do controlador. Essa variação é a máxima diferença na largura de pulso que pode ser aplicada ao *electronic speed controller* (ESC). Assim como foi feito para o controlador PID, essa variação máxima foi definida em 50-(-50) = 100 μ s. Logo, $u_{11,max} = 100$.

Após definidas as matrizes A, B, Q, R , é possível determinar K pelo método $lqr(A, B, Q, R)$ do MATLAB, que retorna um vetor na forma $K = [K_1, K_2]$. Logo, a entrada de controle u é dada pela Equação 16:

$$u = [K_1, K_2] \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Para atingir o equilíbrio do sistema em um estado diferente de zero, o estado desejado é acrescentado ao estado do sistema como (Equação 17):

$$x = \begin{bmatrix} x_1 - x_1^d \\ x_2 - x_2^d \end{bmatrix} \quad (17)$$

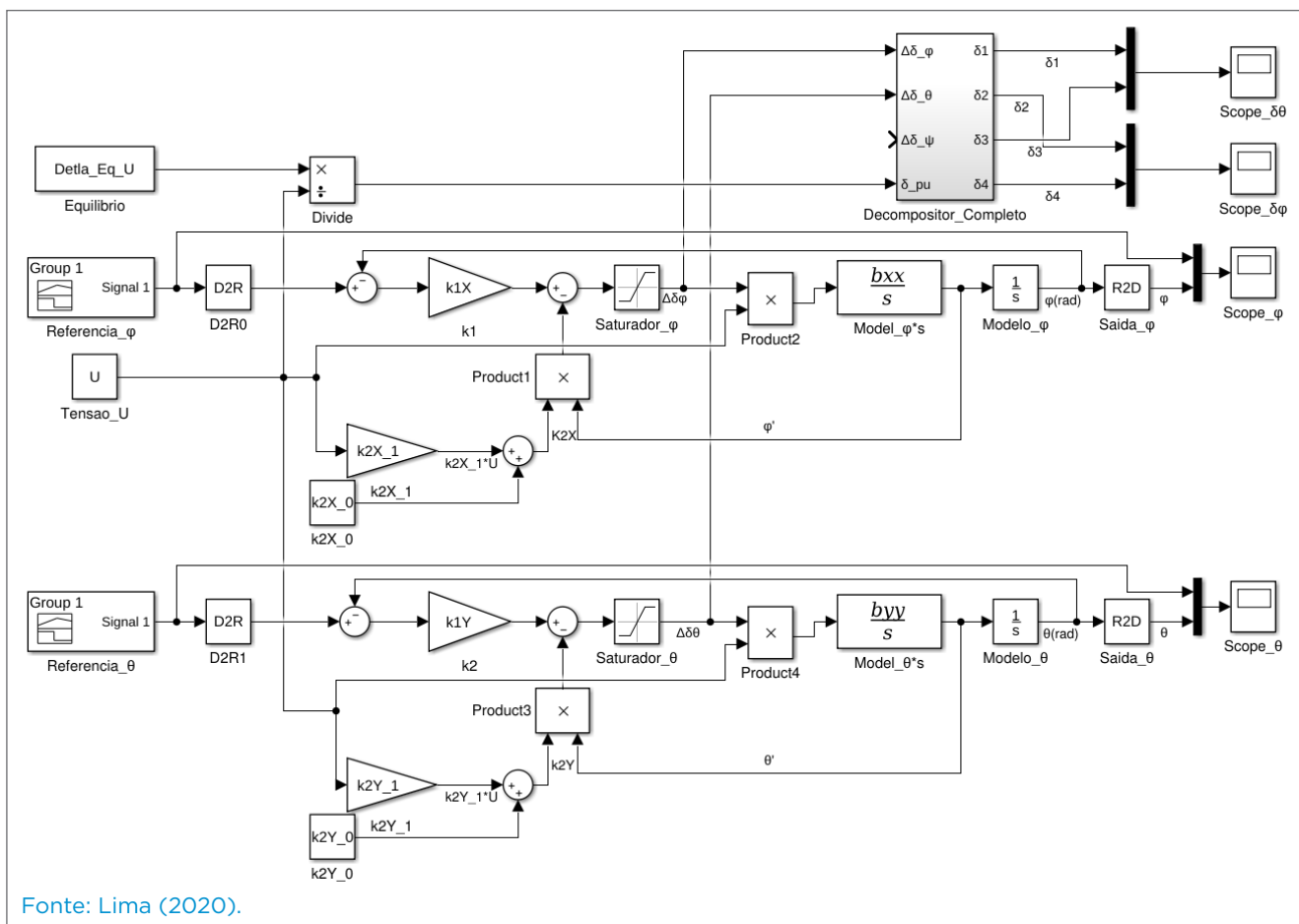
Visto que o valor desejado para a posição angular é ϕ^d e para a velocidade angular é zero, a entrada de controle u pode ser dada pela Equação 18:

$$u = [K_1, K_2] \begin{bmatrix} \phi - \phi^d \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (18)$$

O diagrama de blocos do controlador projetado pode ser visto na Figura 6.

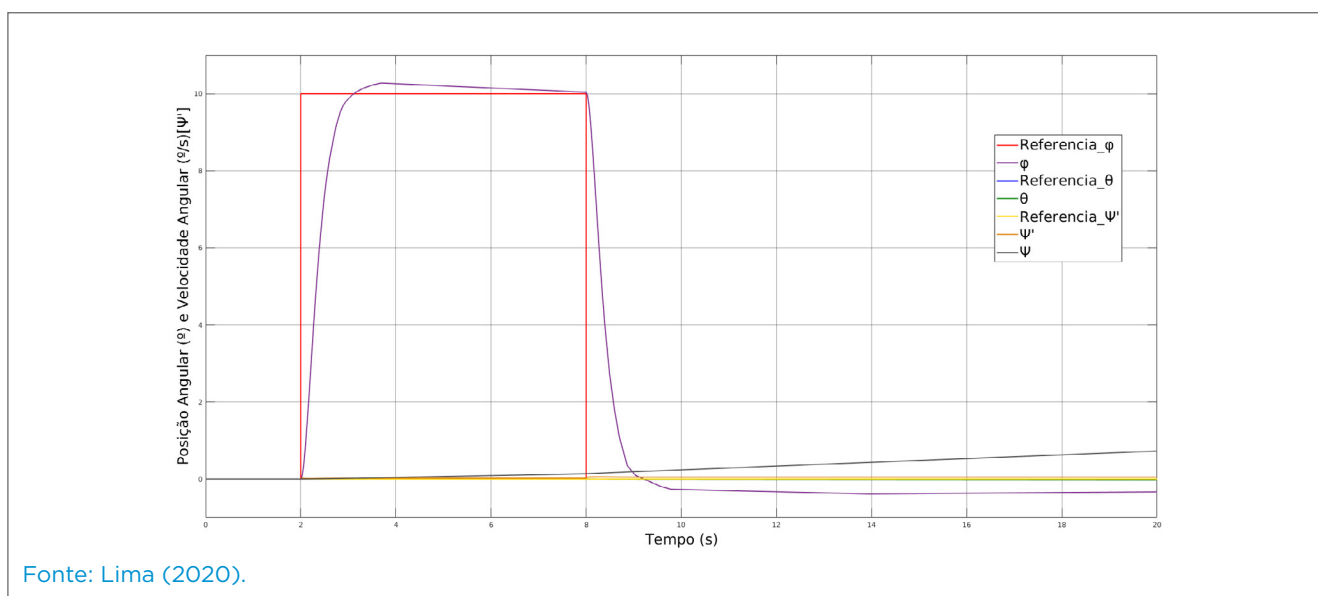
5. RESULTADOS

Foram realizadas simulações que aplicaram as duas técnicas de controle abordadas neste trabalho sobre o modelo não linear apresentado nas Equações 1 a 4. Os resultados obtidos no controle dos ângulos ϕ e θ podem ser vistos nas Figuras 7 e 8,



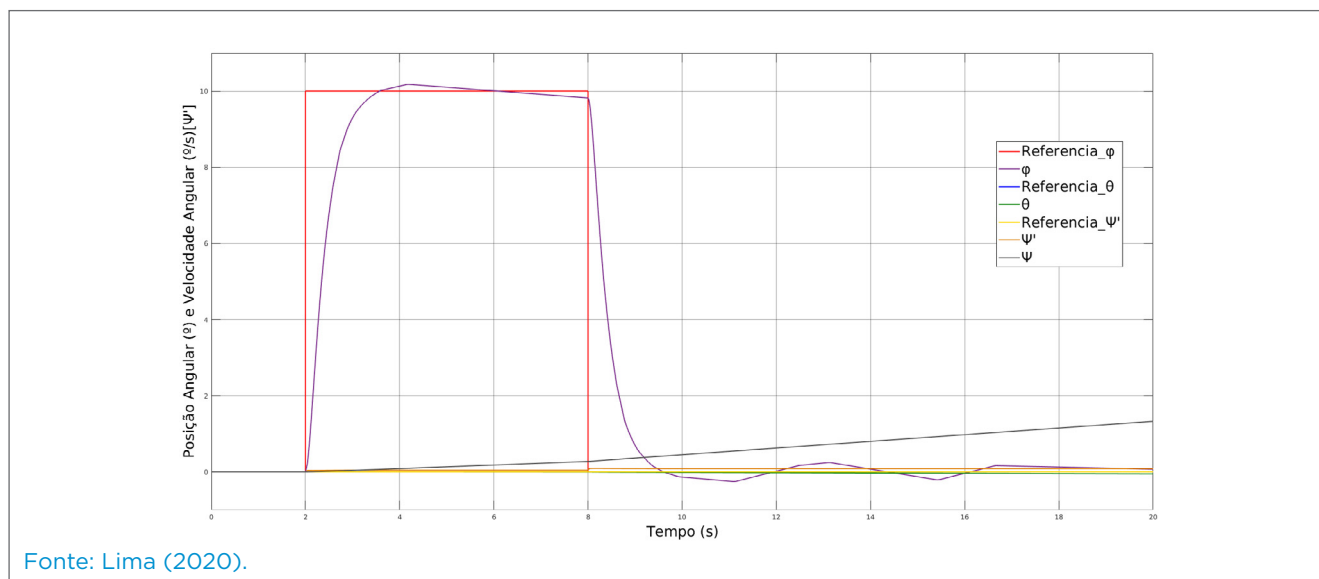
Fonte: Lima (2020).

Figura 6. Controlador linear quadrático (LQR) aplicado ao controle de ϕ e θ .



Fonte: Lima (2020).

Figura 7. Controladores contínuos proporcionais, integrais e derivativos (PID) aplicados ao controle de ϕ e θ .



Fonte: Lima (2020).

Figura 8. Controladores contínuos lineares quadráticos (LQR) aplicados ao controle de φ e θ .

além do controle de ψ , que se utilizou de um controlador P não abordado neste trabalho. Para ambas as simulações, o sinal aplicado como entrada é um pulso de 6 s de duração e amplitude de 10° em φ e 0° nos demais ângulos.

6. CONCLUSÕES

Pelos resultados das simulações realizadas, é possível notar que o controlador LQR apresenta basicamente o mesmo

tempo de resposta do controlador PID, porém o sobressinal gerado é menor. Outro ponto notável é que, na simulação do controlador PID, ao retornar a referência para o valor zero, a saída não convergiu para zero e manteve um erro de regime permanente.

Os tempos para atingir o ponto de referência serão considerados satisfatórios dependendo do tipo de aplicação ao qual o VANT será exposto, ou seja, quando o tempo máximo permitido for superior aos tempos encontrados para cada controlador.

REFERÊNCIAS

GAO, Q.; DU, M.; JI, Y. The controller design of quadrotor UAV based on internal model control. In: CHINESE CONTROL CONFERENCE, 36., 2017. Anais [...]. 2017.

LIMA, F. M. B. *Controle de estabilização de voo de VANTs quadricópteros: modelagem, controle, simulação e prototipagem*. 2020. 198f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", 2020.

MAHONY, R.; KUMAR, V.; CORKE, P. Multirotor aerial vehicles: modeling, estimation, and control of quadrotor. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, v. 19, n. 3, p. 20-32, 2012. <https://doi.org/10.1109/MRA.2012.2206474>

OKYERE, E.; BOUSBAINE, A.; POYI, G. T.; JOSEPH, A. K.; ANDRADE, J. M. LQR controller design for quad-rotor helicopters. *Journal of Engineering*, v. 2019, n. 17, p. 4003-4007, 2019. <https://doi.org/10.1049/joe.2018.8126>

ORAL, E.; ÇETIN, L.; UYAR, E. A novel method on selection of q and r matrices in the theory of optimal control. *International Journal of Systems Control*, v. 1, n. 2, p. 84-92, 2010.

SANTANA, P. H. R. Q.; BORGES, G. A. *Modelagem e controle de quadricópteros*. SBAI, 2009.