

MAXIMIZAÇÃO DA COBERTURA ACÚSTICA SUBMARINA DE REGIÕES DA COSTA BRASILEIRA

Maximization of underwater acoustic coverage of Brazilian coastal regions

Marcela Stein¹ , Juan Pablo Luna² , Virgílio José Martins Ferreira Filho³ 

Resumo: O presente trabalho teve como objetivo propor um modelo para maximizar a cobertura acústica de regiões da costa brasileira aplicando uma rede formada por um sistema multistático de sonar ativo. No trabalho foram usadas duas técnicas para definir a localização dos sensores e para maximizar a cobertura: inicialmente foi empregado um modelo matemático e em seguida foi desenvolvida uma Heurística Gulosa Randômica.

Palavras-chave: Sistema multistático. Modelo matemático. Heurística.

Abstract: This study proposed a model to maximize the acoustic coverage of some regions of the Brazilian coast by applying a network formed by a multistatic active sonar system. Two techniques were used to define the location of the sensors and maximize coverage: initially a mathematical model is proposed and then a Randomized Greedy Heuristic.

Keywords: Multistatic system. Mathematical model. Heuristics.

1. Mestre em Engenharia de Produção pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Pesquisadora do Centro de Análises de Sistemas Navais (CASNAV), Rio de Janeiro, RJ – Brasil. E-mail: marcela.stein@marinha.mil.br

2. Doutor em Matemática pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). Professor no Programa de Engenharia de Produção no Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE) da UFRJ, Rio de Janeiro, RJ – Brasil. E-mail: jpluna@po.coppe.ufrj.br

3. Doutor em Engenharia de Produção pela UFRJ. Professor no Programa de Engenharia de Produção no COPPE da UFRJ, Rio de Janeiro, RJ – Brasil. E-mail: virgilio@ufrj.br

1. INTRODUÇÃO

A Amazônia Azul é um território marítimo brasileiro que abrange 5,7 milhões km². Essa região possui uma significativa importância nos âmbitos econômico, político, estratégico e ambiental (RODRIGUES, 2021). Dado que o território abrangido pela Amazônia Azul é extenso e de extrema importância ao Brasil, o monitoramento e a vigilância dessa região constituem atividades de grande complexidade.

Com o objetivo de proteger o território marítimo brasileiro, a Marinha do Brasil (MB) iniciou em 2009 o Sistema de Gerenciamento da Amazônia Azul (SisGAAz). Trata-se de um programa que tem como finalidade realizar o controle e monitoramento das águas de domínio e responsabilidade nacional por meio de um conjunto de sistemas, como por exemplo: satélites, radares e equipamentos de sensoriamento (ANDRADE; ROCHA; FRANCO, 2019).

A implementação de redes de cobertura de sonares ativos em regiões estratégicas para a MB pode ser mais uma forma de contramedida às ameaças submarinas presentes no território que compreende a Amazônia Azul. As redes de sonar ativo podem ser divididas em duas categorias: a primeira composta por um conjunto de sonares monostáticos, em que fontes e receptores estão dispostos na mesma posição; a segunda é formada por um sistema multistático, em que as fontes e receptores podem estar separados por uma distância e o número de fontes não necessita ser igual ao número de receptores (CRAPARO; KARATAS; KUHN, 2017).

Nos últimos anos, o sistema multistático vem ganhando destaque, pois apresenta vantagens financeiras, táticas e menor impacto ambiental em comparação ao uso do sonar monostático (CRAPARO; KARATAS; KUHN, 2017; HOF, 2015).

2. OBJETIVO

O presente estudo teve como objetivo desenvolver um modelo que permita maximizar a cobertura acústica de regiões da costa brasileira empregando uma rede formada por sistemas multistáticos de sonar ativo. As áreas estudadas foram divididas por sub-regiões seguindo uma prioridade de cobertura. Além disso, são consideradas restrições de custo, que impedem que a região seja toda coberta.

3. METODOLOGIA

3.1. PROBABILIDADE DE DETECÇÃO DE UM ALVO

O perímetro de detecção de um sonar ativo, para um valor fixo de probabilidade de detecção, é obtido por meio da multiplicação da distância da fonte até o alvo (d_{st}) pela distância do alvo até o receptor (d_{tr}), onde s representa uma fonte, r um receptor e t um alvo. Os contornos geométricos obtidos são conhecidos como Curvas de Cassini e podem ser representados pela Equação 1. Além disso, as curvas variam segundo o distanciamento entre a fonte e o receptor d_{sr} (KUHN, 2014). Um parâmetro muito utilizado em diversos trabalhos de sistema multistático é o alcance do dia (ρ_0 ou R_0D). Esse parâmetro representa o alcance (P_{srt}) para uma probabilidade de 50% (FEWELL; OZOLS, 2011; KUHN, 2014).

$$d_{st} d_{tr} = \rho_{srt}^2 \quad (1)$$

Segundo Fewell e Ozols (2011), a probabilidade de detecção P_{srt} de um alvo t considerando uma fonte s e um receptor r pode ser calculada por meio da Função de Fermi, representada na Equação 2.

$$P_{srt} = \begin{cases} \frac{1}{1 + 10^{(\frac{\rho_{srt}-1}{\rho_0})/b}} & \text{if } \rho_{srt} \geq \rho_b \\ 0 & \text{otherwise.} \\ & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2)$$

Para Craparo, Karatas e Kuhn (2017), o parâmetro b determina o quão rápido o valor da probabilidade de detecção de um alvo muda conforme o valor de P_{srt} é alterado. A zona cega ρ_b é a região onde não é possível detectar um alvo, porque o eco desse alvo chega ao receptor ao mesmo tempo que o ping da fonte. Esse efeito é chamado explosão direta (COX, 1989; KUHN, 2014). Kuhn (2014) e Hof (2015) desprezaram esse efeito em seus trabalhos.

Para calcular a probabilidade de detecção de um alvo em um sistema multistático, é aplicada a Equação 3. Assume-se que todos os eventos P_{srt} são independentes. Além disso, R representa o conjunto de receptores e S o conjunto de fontes presentes no sistema multistático.

$$P_t = 1 - \prod_{(s,r) \in S \times R} (1 - P_{srt}) \quad (3)$$

3.2. MODELO MATEMÁTICO

No presente trabalho, foi aplicado um modelo matemático que tem como objetivo definir a posição das fontes e receptores para maximizar a cobertura acústica de uma região de interesse, considerando que há limitação orçamentária (STEIN; LUNA; FERREIRA FILHO, 2022).

No Quadro 1 são apresentados os parâmetros e o conjunto utilizados no modelo matemático. No Quadro 2 são apresentadas as variáveis de decisão.

Nesse modelo, o valor de P_{ijk} é definido por meio da multiplicação entre uma probabilidade máxima de detecção $Prob_{max}$ (um valor menor ou igual a 1) e a Função de Fermi, apresentada na Equação 2. O Algoritmo 1, conforme Figura 1, apresenta a sub-rotina para calcular P_{ijk} , retornando zero para as situações em que há terra entre o alvo e o receptor ou entre o alvo e a fonte. As variáveis de entrada do algoritmo são $i, j, k \in G$; uma matriz contendo os pontos (quadrado) da região em estudo ($Matrix_{pos}$); uma matriz contendo a prioridade de detecção de cada ponto ($Matrix_{pri}$); o alcance do dia (ρ_0); a escala ($Escala$); e os conjuntos de pontos que formam um canal e estão entre dois pontos de terra ($Conjunto$). O resultado do algoritmo é

Algoritmo 1: Sub-rotina de Probabilidade de Detecção

Entrada: $i, j, k, Matrix_{pos}, Matrix_{pri}, Escala, \rho_0, Conjunto$

Saída: $P_{i,j,k}$

- 1 Definir uma lista ($Lista_{quad}$) de pontos entre i e k e entre j e k ;
- 2 Se pelo menos um ponto da lista $Lista_{quad}$ for uma região de terra $P_{i,j,k} = 0$, caso contrário $P_{i,j,k} = Prob_{Max} \left(1 + 10^{\left(\frac{Escala - \rho_0}{k \rho_0} \right)} \right)^{-1}$.

Figura 1. Sub-rotina de Probabilidade de Detecção.

a probabilidade de detecção de um alvo, considerando uma fonte e um receptor.

O modelo de máxima cobertura é definido pelas Equações 4 a 7 a seguir.

$$\max \sum_{k \in G} M_k x_k \tag{4}$$

$$\sum_{i \in G} \sum_{j \in G} \frac{\ln(1 - P_{ijk})}{\ln(1 - D_k)} s_i r_j \geq x_k \quad k \in G \tag{5}$$

$$C^s \sum_{i \in G} S_i + C^r \sum_{j \in G} R_j \leq V \tag{6}$$

$$s_i, r_j, x_k \in \{0,1\} \tag{7}$$

Quadro 1. Conjunto e Parâmetros.

| Parâmetros e Conjunto | Descrição |
|-----------------------|--|
| G | Conjunto dos quadrados de um <i>grid</i> (uma malha) |
| C^s | Custo de instalação de uma fonte |
| C^r | Custo de instalação de um receptor |
| P_{ijk} | Probabilidade de detecção para uma fonte em i , um receptor em j e um quadrado que se pretende monitorar em k , sendo i, j e $k \in G$ |
| V | Limite Orçamentário para instalação de um sistema multistático |
| M_k | Peso do quadrado k , para $k \in G$. |
| D_k | Probabilidade mínima de detecção de um alvo/quadrado k , para o $k \in G$ |
| $Prob_{max}$ | Valor máximo de probabilidade de detecção da região em estudo |

Quadro 2. Variáveis de Decisão.

| Variáveis | Descrição |
|-----------|--|
| s_i | Será 1 se a fonte for instalada na posição i , se não será 0, sendo $i \in G$ |
| r_j | Será 1 se o receptor for instalado na posição j , se não será 0, sendo $j \in G$ |
| x_k | Será 1 se o quadrado k for coberto, caso ao contrário será 0, sendo $k \in G$ |

A função objetivo representada na Equação 4, visa maximizar a cobertura ponderada pelos pesos de cada região. A restrição (5) indica que, para um quadrado ser coberto, as somas das probabilidades de detecção dos conjuntos de fontes e receptores devem ser maiores ou iguais a um valor de probabilidade definido para o quadrado. A restrição (6) impõe que a soma dos custos das fontes e receptores deve ser menor ou igual a um limite orçamentário. Por fim, a restrição (7) apresenta o domínio das variáveis de decisão.

3.3. HEURÍSTICA GULOSA

Os algoritmos gulosos são amplamente utilizados em diversos problemas de otimização combinatória, principalmente em problemas que são difíceis de serem resolvidos por métodos exatos. Esses algoritmos consistem em realizar a melhor escolha a cada iteração, pois uma vez feita não há possibilidade de voltar atrás. Dessa forma, é encontrada uma boa solução, porém não se pode garantir que seja um ótimo global (CURTIS, 2003).

No presente estudo, foi desenvolvida uma Heurística Gulosa Randômica (HGR) para resolver o problema de posicionamento de fontes e receptores, considerando um limite orçamentário. O início da heurística consiste em posicionar uma fonte em uma região de alta relevância de cobertura, sendo aquelas com maior peso de cobertura, ou regiões muito próximas das áreas de maior prioridade de cobertura. O local de instalação é escolhido de forma aleatória. Em seguida, são instalados até N receptores vinculados à fonte. Os receptores também são instalados de forma aleatória, porém há uma restrição de não posicionar os receptores em regiões que já estão cobertas. Esse processo de instalação de fontes e receptores é realizado até que o limite orçamentário seja atingido ou até que a região de alta prioridade esteja 100% coberta. Caso ainda haja recurso financeiro e a região de prioridade máxima esteja toda coberta, o mesmo processo é realizado para a região de prioridade média e para a região de prioridade baixa de cobertura, respectivamente.

O Algoritmo 2, conforme Figura 2, ilustra como é executada a GHR. As entradas do algoritmo são: um matriz ($Matrix_{pri}$) contendo o mapa da região, em que o número zero representa terra e os números de 1 a 3 identificam as prioridades de cobertura das regiões marítimas, sendo que

| |
|--|
| <p>Algoritmo 2: Heurística Gulosa Randômica (HGR)</p> <p>Entrada: $Matrix_{pri}, prob, C^s, C^r, V, Escala, \rho_0, N, f(x), Conjunto$</p> <p>Saída: $Fontes, Receptores, Cobertura, prob_{cobertura}, s$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1 Definir uma lista com as regiões de prioridade de cobertura, começando com a região de maior prioridade e terminando com a região de menor prioridade; 2 Incluir uma fonte de forma aleatória em uma região de prioridade de cobertura definida no passo 1 ou incluir essa fonte em uma região muito próxima da região prioritária definida no passo 1; 3 Incluir até N receptores vinculados a fonte; 4 Caso a região de prioridade definida no passo 1 não esteja 100% coberta e $f(Fontes, receptores) + C^s \leq V$, voltar para o passo 2. Caso contrário, ir para o passo 5; 5 Caso a região de prioridade definida no passo 1 esteja 100% coberta e $f(Fontes, receptores) + C^s \leq V$, voltar para o passo 1. Caso contrário, ir para o passo 6; 6 Se $f(Fontes, receptores) + C^s > V$ e $f(Fontes, receptores) < V$, instalar um receptor vinculado a uma fonte. Caso contrário, ir para o passo 7; 7 Caso não haja mais recurso disponível, finalizar o algoritmo. Caso contrário, ir para o passo 6. |
|--|

Figura 2. Heurística Gulosa Randômica.

o número 3 identifica as de maior prioridade; uma lista denominada $prob$, contendo os valores de probabilidade mínima de cobertura para cada quadrado das sub-regiões; o custo de uma fonte (C^s); o custo de um receptor (C^r); valor do limite orçamentário para o emprego dos sensores (V); a escala do mapa ($Escala$); o alcance do dia (ρ_0); o número máximo de tentativas de posicionar receptores vinculados a uma fonte (N); os conjuntos dos quadrados que estão entre duas regiões de terra, mas representam um canal ($Conjunto$); por fim, a função $f(x)$, que calcula o somatório dos pesos das regiões cobertas. A heurística fornece uma lista com a posição em que devem ser instaladas as fontes ($Fontes$); uma lista com a posição dos receptores ($Receptores$); uma lista dos quadrados que foram cobertos ($Cobertura$); a solução do peso total de cobertura (s), quanto maior melhor, pois mais regiões foram cobertas; e, por último, uma lista contendo o somatório da probabilidade de cobertura de cada quadrado ($prob_{cobertura}$).

4. RESULTADOS

Para ilustrar este estudo, foram selecionadas duas regiões da costa brasileira para executar o experimento computacional, conforme pode ser observado nas Figuras 3A e 3B. A primeira é um quadrado de aproximadamente 6 km², situado perto da cidade do Rio de Janeiro e, para essa região, foram adotadas

as escalas de 1:500, 1:300, 1:200 e 1:100 m. A segunda, é um retângulo de aproximadamente 6 por 7 km, localizado na cidade de Natal e as escalas utilizadas foram as mesmas adotadas na primeira região. Os mapas são formados por *grids* compostos por n quadrados. Os *grids* variam de tamanho conforme a escala adotada. Além disso, há quadrados que são regiões de terra e quadrados que são regiões de água. As regiões foram divididas em sub-regiões, conforme o grau de prioridade de

cobertura. Foi considerado que as regiões de entrada de canais e as regiões perto das bases da MB são áreas mais importantes a serem monitoradas. Em regiões de terra, a prioridade de cobertura é zero. O meio do quadrado representa o local de instalação dos sensores. Por fim, os quadrados serão considerados cobertos se o centro do quadrado for coberto.

Nas Figuras 4 e 5 são mostradas as diferentes escalas para as Áreas 1 e 2. O parâmetro n representa o número de quadrados que compõem o *grid* e o parâmetro a representa o número de quadrados de água, que são de interesse deste trabalho. Além disso, as regiões verdes representam regiões de terra; o azul escuro define regiões de baixa prioridade de cobertura; o azul claro, as regiões de alta prioridade de cobertura e o azul de tom intermediário, as regiões de média prioridade de cobertura.

O experimento foi realizado em um *laptop* com 16,00 GB de memória RAM, processador Intel® Core™ i7 de 2.30 GHz e sistema operacional Windows 11. Os modelos e

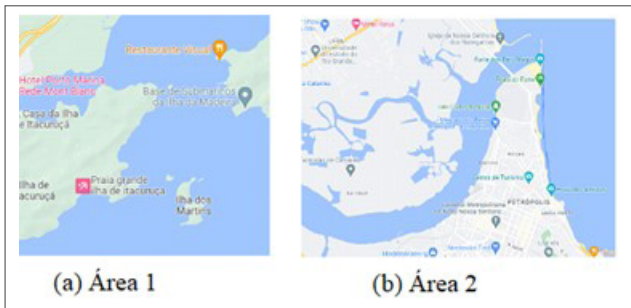


Figura 3. Áreas de Estudo.

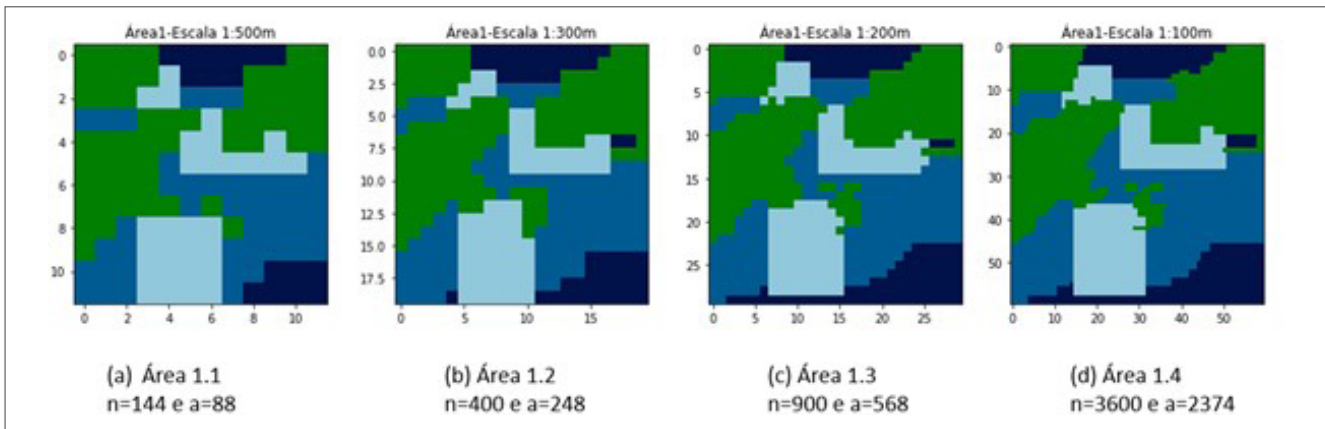


Figura 4. Escalas Área 1.

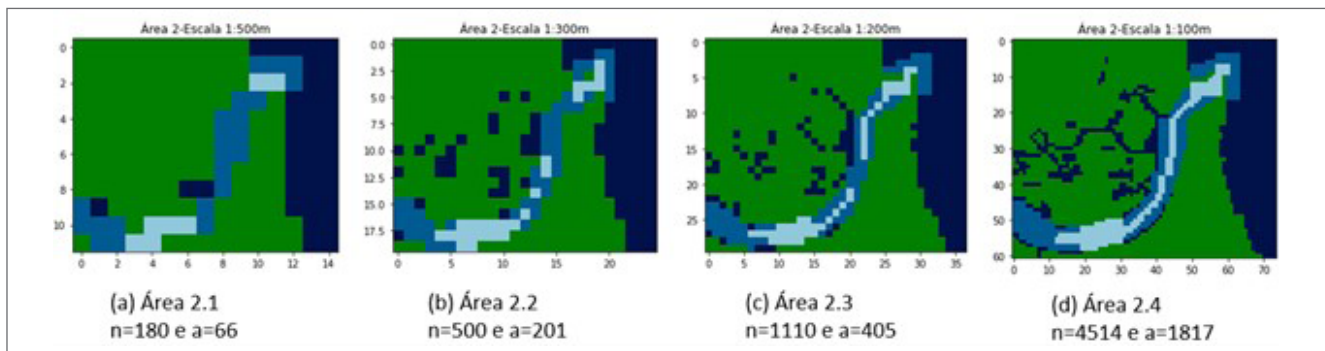


Figura 5. Escalas Área 2.

algoritmos computacionais, bem como toda a análise de dados envolvida, foram implementados em linguagem de programação Python. Quando foi necessária a resolução do modelo matemático, foi utilizado o otimizador Gurobi (versão 9.5.0).

No trabalho, foi adotado que o custo da fonte é cinco vezes maior que o custo do receptor, sendo o C^S igual a 5 e o C^T igual a 1. Utilizou-se ρ_0 de 700 m com probabilidade de detecção de 50%. Para o parâmetro b da Função Fermi, adotou-se o valor de 0,5. A probabilidade máxima de detecção da região é de 95%. O limite orçamentário para cobertura da Área 1 é de 70, enquanto na Área 2 é de 59. Neste trabalho foi desconsiderado o efeito da zona cega.

Os pesos por sub-regiões são definidos da seguinte maneira: área de prioridade alta possui um peso igual a 81; área de prioridade média tem peso igual a 4 e na área de prioridade baixa o peso é 1.

O experimento computacional foi executado em duas etapas. Inicialmente, por meio do modelo matemático, calculou-se a quantidade de fontes e receptores e o peso de cobertura das duas regiões de interesse para as diferentes escalas. Limitou-se

o tempo de execução de 40.000 segundos (aproximadamente 11 h ou 667 min) para o resolvidor Gurobi, e um tempo total de 86.400 segundos (24 horas) para o otimizador realizar o pré-processamento e a execução. Em uma segunda etapa, foi aplicada a HGR para as regiões, executando dez instâncias para cada escala. Além disso, o parâmetro de entrada N foi considerado igual a 5.

Os resultados das duas etapas são apresentados na Tabela 1 para a Área 1 e na Tabela 2 para a Área 2.

A partir das Tabelas 1 e 2, é possível perceber que as coberturas acústicas oriundas da HGR apresentaram um resultado pior quando comparado com os resultados obtido pelo resolvidor Gurobi, pois a HGR obteve um peso menor de cobertura, conforme Figura 6. Os melhores resultados de cada método estão em negrito. A heurística obteve resultados razoáveis, visto que para a Área 1 (escala 1:500 m) o melhor resultado da HGR foi 11% pior que o otimizador. Já para a Área 2, a heurística foi 14% pior para a escala de 1:500 m e 25% para a escala de 1:300 em relação ao otimizador Gurobi. Entretanto, os tempos computacionais de execução da HGR

Tabela 1. Resultados Área 1.

| ANÁLISES | Escala (m) | 1:500 | 1:300 | 1:200 | 1:100 |
|-----------------------------|------------------|--------------|--------------|---------------|---------------|
| OTIMIZADOR | Melhor Resultado | 2.618 | - | - | - |
| | Tempo | 11,34 h | - | - | - |
| | Gap | 17% | - | - | - |
| HEURISTICA GULOSA RANDÔMICA | Média Peso | 1.946,5 | 4.835,8 | 10.338,4 | 37.376,4 |
| | Desvio Peso | 334,354 | 861,500 | 1.781,24 | 6.038,153 |
| | Melhor Resultado | 2.314 | 5.858 | 13.235 | 45.874 |
| | Média Tempo | 6,06 s | 20,07 s | 59,72 s | 6,32 min |
| | Desvio Tempo | 0,9345 s | 4,7801 s | 10,52 s | 1,1 min |

Tabela 2. Resultados área 2.

| ANÁLISES | Escala (m) | 1:500 | 1:300 | 1:200 | 1:100 |
|-----------------------------|------------------|------------|--------------|--------------|---------------|
| OTIMIZADOR | Melhor Resultado | 858 | 2.674 | - | - |
| | Tempo | 11,26 h | 14,46 h | - | - |
| | Gap | 4% | 10% | - | - |
| HEURISTICA GULOSA RANDÔMICA | Média Peso | 676,8 | 1.779,1 | 3.845,7 | 19.089,8 |
| | Desvio Peso | 49,687 | 188,710 | 466,054 | 4.762,732 |
| | Melhor Resultado | 733 | 1.982 | 4.559 | 23.062 |
| | Média Tempo | 3,9900 s | 15,29 s | 49,26 s | 8,85 min |
| | Desvio Tempo | 0,8522 s | 2,935 s | 8,6563 s | 3 min |

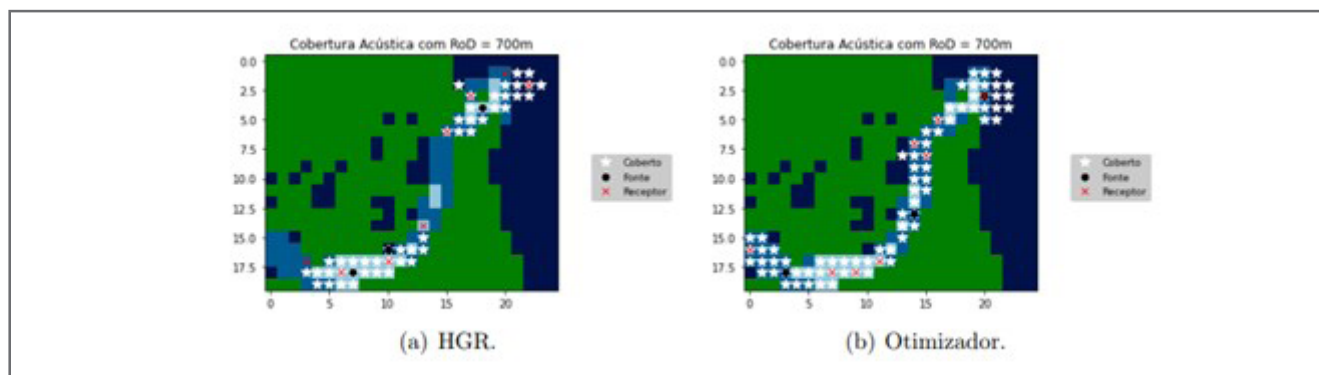


Figura 6. Comparação de Resultados.

foram muito menores, sendo executados em poucos segundos. Além de conseguir obter resultados para escalas de melhores resoluções, visto que o Gurobi não conseguiu fornecer resultados para escalas de melhores resolução, pois extrapolou o tempo estimado para execução e pré-processamento. Dessa forma, a HGR poderia ser empregada em situações reais que necessitem de resultados imediatos e aplicados a mapas com escalas de melhores definições.

É importante ressaltar que, apesar do otimizador Gurobi ter encontrado o melhor peso de cobertura para as escalas de 1:500 m das áreas 1 e 2 e para a escala de 1:300 m da área 2, o otimizador não garantiu que o resultado ótimo foi encontrado, pois o resolvidor não conseguiu eliminar o *gap* em todos os casos estudados.

5. CONCLUSÃO

A instalação de redes compostas por um sistema multistático poderia ser mais uma estratégia de controle e monitoramento de regiões submarinas de interesse para o Brasil.

A resolução do modelo matemático por meio do otimizador Gurobi obteve resultados melhores que a HGR. Todavia, há limitação em se aplicar o resolvidor Gurobi para obter resultados em instâncias que apresentam mapas com melhores resoluções. A HGR consegue fornecer resultados razoáveis e em um tempo computacional adequado, podendo ser uma solução para problemas reais que necessitem de informações imediatas.

Para trabalhos futuros, sugere-se realizar esse estudo em outras regiões e aplicar diferentes limites orçamentários.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, I. D. O.; ROCHA, A. J. R.; FRANCO, L. G. A. *Sistema de Gerenciamento da Amazônia Azul: soberania, vigilância e defesa das águas jurisdicionais brasileiras*. Relatório técnico. Brasil: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, 2019.
- COX, H. Fundamentals of bistatic active sonar. In: CHAN, Y. T. (org.). *Underwater acoustic data processing*. Cham: Springer, 1989. p. 3-24.
- CRAPARO, E. M.; KARATAS, M.; KUHN, T. U. Sensor placement in active multistatic sonar networks. *Naval Research Logistics*, v. 64, n. 4, p. 287-304, 2017. <https://doi.org/10.1002/nav.21746>
- CURTIS, S. A. The classification of greedy algorithms. *Science of Computer Programming*, v. 49, n. 1-3, p. 125-157, 2003. <https://doi.org/10.1016/j.scico.2003.09.001>
- FEWELL, M. P.; OZOLS, S. *Simple Detection-Performance Analysis of Multistatic Sonar for Anti-Submarine Warfare*. Technical report dsto-tr-2562. Edimburgo: Defence Science and Technology Organisation, 2011.
- HOF, C. *Optimization of source and receiver placement in multistatic sonar environments*. Tese (Mestrado) - Naval Postgraduate School, Monterey, 2015.
- KUHN, T. U. *Optimal sensor placement in active multistatic sonar networks*. Tese (Mestrado) - Naval Postgraduate School, Monterey, 2014.
- RODRIGUES, M. S. Plano Estratégico da Marinha PEM 2040. *Revista da Escola de Guerra Naval*, v. 27, n. 1, p. 13-30, 2021.
- STEIN, M.; LUNA, J. P.; FERREIRA FILHO, V. J. M. Utilização de Sistema de Sonar Multistático para Cobertura Acústica Submarina de uma Região da Costa Brasileira. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 54., 2022. *Anais [...]*. Juiz de Fora, 2022.